



1. У брата Марии на одного брата больше, чем сестер. На сколько больше братьев, чем сестер у Марии?

2. Четыре числа образуют арифметическую прогрессию, четыре числа — геометрическую. Складывая соответствующие члены этих прогрессий, получим 169; 53; 45; 64. Зная, что сумма членов арифметической прогрессии равна 76, найдите их произведение.

3. Когда между пятью и шестью часами часовая и минутная стрелка будут образовывать угол 60° ?

4. Решить уравнение

$$27^x - 18^x + 12^x - 8^x = \frac{1}{2^x + 3^x}.$$

5. Разность площадей двух квадратов равна 1200. Определите длины их сторон, если сторона первого равна трем пятым стороны второго, без 4.

6. Геракл сражается с семиглавой Лернейской гидрой. Отрубив первую голову, он с удивлением обнаружил, что вместо нее выросли еще две головы. После второго взмаха меча слетела еще одна голова, но вместо нее снова появились две новые головы. Озадаченный Геракл отступил назад и задумался. К счастью, вскоре его осенило. Он понял, что если он продолжит сражаться, то в какой-то момент туловище гидры не сможет удержать вес большого количества голов и гидра станет беспомощной. Какое количество голов Лернейской гидры срубил Геракл прежде, чем победил ее, если он срубил минимально возможное количество голов?

При этом известно следующее:

- 1) Каждая из исходных голов весила 50 кг.
 - 2) Каждая новая голова весит на 1 кг меньше, чем голова, появившаяся на предыдущем этапе.
 - 3) Гидра станет беспомощной, когда общий вес ее голов превысит 900 кг.
7. Что больше: $3,001^{2,999}$ или $2,999^{3,001}$.

Обоснуйте Ваш вывод.

8. Решить уравнение $(2x^2 + x + 1)(9 - x - 2x^2) = 23$ и найти сумму модулей всех корней.

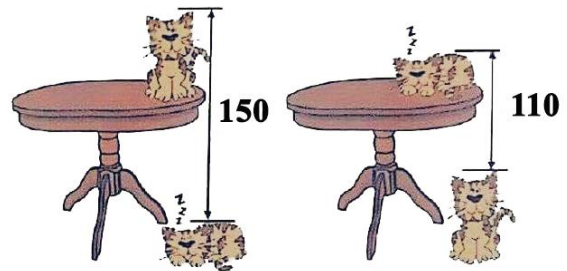
9. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 10yx^3 + 9x^6 = 0, \\ x + y = 10. \end{cases}$$

10. Из коробки, где было 7 белых и 15 черных шаров, потерялись несколько шаров. В итоге, если из коробки не глядя, взять шар, то вероятность того, что он белый равна $5/9$. Сколько черных шаров потеряно?

11. Решить уравнение $x^2 - 2 = \sqrt{4x + 5}$.

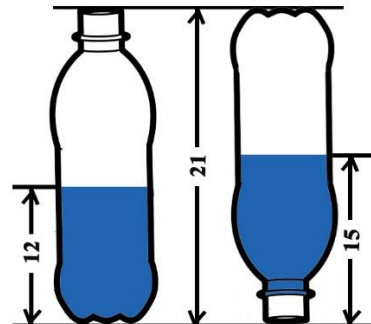
12. Определите высоту стола:



13. Решить уравнение

$$\frac{\log_{4\sqrt{x}} 2}{\log_{2x} 2} + \log_{2x} 0,25 \cdot \log_4 2x = 0.$$

14. В бутылку залили 600 г воды. В итоге имеет место следующая ситуация:



Чему равен объем бутылки?

15. Решить неравенство:

$$2^{\frac{3+5x}{1+2x}} + 2^{\frac{1+3x}{1+2x}} \leq 6\sqrt{2}.$$

Ответы

1. У Марии на три брата больше, чем сестер.
2. -231495 .
3. $5\frac{2}{11}$ и $5\frac{8}{11}$.
4. $0,25$.
5. 20 и 40 .
6. Гидра станет беспомощной, после того как Геракл отрубит 14 голов.
7. $3,001^{2,999} < 2,999^{3,001}$.
8. $4\sqrt{2}$.
9. $(1;9)$.
10. 11 черных шаров.
11. $1 + \sqrt{2}$.
12. 130.
13. 4.
14. 900 г.
15. $(-\infty; -0,75]$.